

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 1.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздается 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 13 карт одной масти. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=1}^n k C_n^k = n 2^{n-1}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, превосходящие 1.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл `dvi` или `pdf`.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 2.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 4 туза и 4 короля. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=1}^n k(k-1)C_n^k = n(n-1)2^{n-2}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, равные 1 или 2.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе Т<sub>E</sub>X и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 3.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 3 туза и 3 короля. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не меньше чем на 2? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1)$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на нечётные слагаемые.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе Т<sub>Е</sub>X и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 4.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 6 карт одной масти и 7 карт другой. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не меньше чем на 2? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\left(\sum_{k=1}^n k\right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

$$\sum (2^{x_1-1} - 1) \dots (2^{x_k-1} - 1),$$

где суммирование производится по всем  $2^{n-1}$  разложениям числа  $n$  :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n.$$

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 5.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется последовательность от туза до десятки одной масти. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не больше чем на 7? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{r=k}^n (-1)^{n-r} C_n^r = \sum_{r=0}^{k-1} (-1)^{n-1-r} C_n^r$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, равные 1 или 2.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и распечатывается файл `dvi` или `pdf`.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 6.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется последовательность от двойки до шестёрки одной масти. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не больше чем на 7? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=n}^m (-1)^{k-n} C_k^n C_m^k = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n \end{cases}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, превосходящие 1.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе Т<sub>Е</sub>X и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 7.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздается 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 4 набора джокера и семёрок. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не больше чем на 6? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} C_n^i C_{m+k-i-1}^{k-i} = C_{n-m}^k$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

$$\sum (2^{x_1-1} - 1) \dots (2^{x_k-1} - 1),$$

где суммирование производится по всем  $2^{n-1}$  разложениям числа  $n$  :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n.$$

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл  $\text{dvi}$  или  $\text{pdf}$ .
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 8.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется по 3 карты каждой масти и пиковая дама. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не больше чем на 6? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=1}^k (-1)^i C_n^{k-i} C_n^i = \begin{cases} (-1)^{k/2} C_n^{k/2}, & k - \text{четно,} \\ 0, & k - \text{нечетно} \end{cases}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на нечётные слагаемые.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 9.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется две последовательности от туза до десятки каждая из которых одной масти. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не больше чем на 5? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} k C_n^k = \begin{cases} 0, & n \neq 1, \\ 1, & n = 1 \end{cases}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, равные 1 или 2.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе Т<sub>Е</sub>X и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 10.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется две последовательности от двойки до шестёрки каждая из которых одной масти. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не больше чем на 5? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих нечётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=0}^k C_{k-i}^{n-1} = C_k^{n+1}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, превосходящие 1.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 11.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется 2 набора, состоящих из разномастных двойки и семёрки. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей не больше чем на 4? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=0}^k C_i^{n+i} = C_k^{n+k+1}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи

$$\sum (2^{x_1-1} - 1) \dots (2^{x_k-1} - 1),$$

где суммирование производится по всем  $2^{n-1}$  разложениям числа  $n$  :

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n.$$

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 12.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется по 4 карты трех разных мастей и пиковая дама. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра меньше предыдущей не больше чем на 4? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число чётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=1}^n ia^i = a \frac{1-a^n}{(1-a)^2} - \frac{na^{n+1}}{1-a}$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на нечётные слагаемые.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и распечатывается файл dvi или pdf.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.

**Контрольная работа 2 по курсу  
"Дискретный анализ",  
3 курс, МГУ, физический факультет,  
29 марта 2016 г.  
Работа должна быть сдана 5 апреля 2016 г.**

**Вариант 13.**

1. 1 балл

Колода в 52 карты раздаётся 4 игрокам, каждому по 13 карт. Сколько существует возможностей того, что у одного игрока окажется последовательность 13 карт от двойки до туза. Ответ должен быть обоснован.

2. 1 балл

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра не равна предыдущей? Ответ должен быть обоснован.

3. 1 балл

Найти число разложений числа  $n > 1$ , имеющих чётное число нечётных слагаемых. Ответ должен быть обоснован.

4. 1 балл

Доказать тождество

$$\sum_{i=1}^n 2^{n-i} i^2 = 3 \cdot 2^{n+1} - (n^2 + 4n + 6)$$

5. 1 балл

Выразить через числа Фибоначчи число разложений  $n$  на части, превосходящие 1.

При оформлении работы:

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл `dvi` или `pdf`.
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий.