

В данном файле 5 вариантов обязательных контрольных.  
Номер варианта следует выбирать согласно номеру в списке группы:

- 1 вариант — 1-й, 6-й и 11-й номера,
- 2 вариант — 2-й, 7-й и 12-й номера,
- 3 вариант — 3-й, 8-й и 13-й номера,
- 4 вариант — 4-й, 9-й и 14-й номера,
- 5 вариант — 5-й, 10-й номера.

Задачи со «звёздочкой» — общие для всех.  
Их правильное выполнение даёт дополнительные баллы.

1. (\*) Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками». Построить сходящуюся разностную схему для одномерного уравнения Шрёдингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U) \cdot \psi = 0,$$

с потенциалом

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$

2. (\*) Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект. Построить сходящуюся разностную схему для одномерного уравнения Шрёдингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U) \cdot \psi = 0,$$

с потенциалом

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ U_0, & 0 \leq x \leq l, \\ 0, & x > l. \end{cases}$$

3. (\*) Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике. Построить сходящуюся разностную схему для одномерного уравнения Шрёдингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U) \cdot \psi = 0,$$

с потенциалом

$$U(x) = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}.$$

**Контрольная работа по курсу: «Численные методы».**  
**Разностные задачи, метод сеток.**  
**4 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г.**  
**Вариант 1**

1. Для задачи Коши для линейного уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

построить разностные схемы и исследовать их на сходимость, используя шаблоны:



2. Поставить задачу для определения температуры однородного стержня ( $0 < x < l$ ) с теплоизолированной боковой поверхностью и построить для нее сходящуюся разностную схему. На концах стержня происходит теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой  $0^0$ , начальная температура стержня  $u_0(x)$ .
3. С помощью программ типа Excel или собственной решить численно задачу о равновесной форме (провисании) однородной мембраны в поле силы тяжести со следующими граничными условиями:

$$u(x, 0) = 1 - \frac{x}{l}, u(x, l) = 0, u(0, y) = 1 - \frac{y}{l}, u(l, y) = 0, \quad 0 < x < l, 0 < y < l.$$

В качестве ответа необходимо описать выбранную сетку и представить график в координатах  $\{x, y, z = u(x, y)\}$ .

**При оформлении работы:**

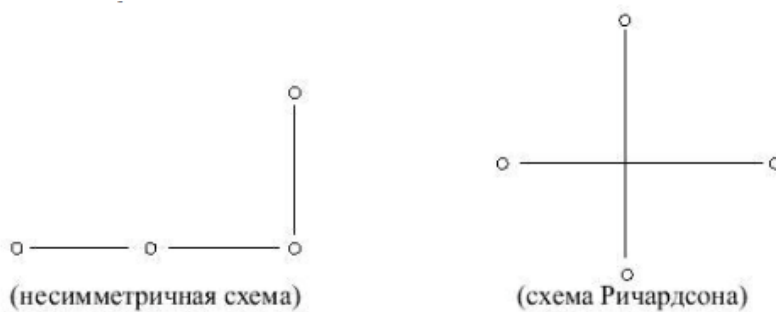
- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется в редакторе  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать.

**Контрольная работа по курсу: «Численные методы».**  
**Разностные задачи, метод сеток.**  
**4 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г.**  
**Вариант 2**

1. Для линейного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty,$$

построить разностные схемы и исследовать их на сходимость, используя шаблоны:



2. Поставить задачу для определения температуры однородного стержня ( $0 < x < l$ ) с теплоизолированной боковой поверхностью и построить для нее сходящуюся разностную схему. Стержень имеет нулевую температуру. С момента  $t = 0$  на конце  $x = l$  происходит теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой  $\mu(t)$ , а конец  $x = 0$  поддерживается при нулевой температуре.
3. С помощью программ типа Excel или собственной решить численно задачу о равновесной форме (провисании) однородной мембраны в поле силы тяжести со следующими граничными условиями:

$$u(x, 0) = \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right), u(x, l) = 0, u(0, y) = \cos\left(\frac{\pi y}{2l}\right), u(l, y) = 0, \quad 0 < x < l, 0 < y < l.$$

В качестве ответа необходимо описать выбранную сетку и представить график в координатах  $\{x, y, z = u(x, y)\}$ .

**При оформлении работы:**

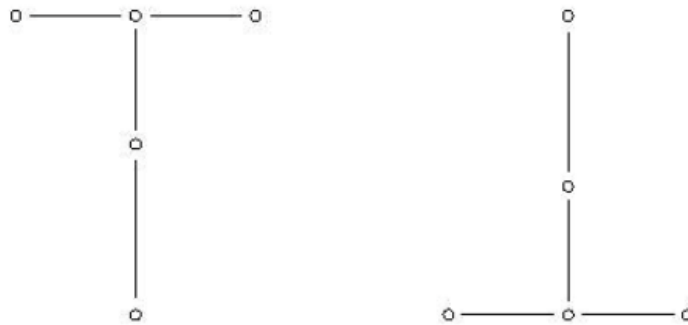
- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется в редакторе Т<sub>Е</sub>X и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать.

**Контрольная работа по курсу: «Численные методы».**  
**Разностные задачи, метод сеток.**  
**4 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г.**  
**Вариант 3**

1. Построить разностные схемы для линейного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

и исследовать их на сходимость, используя шаблоны:



2. Поставить задачу для определения температуры однородного стержня ( $0 < x < l$ ) с теплоизолированной боковой поверхностью и построить для нее сходящуюся разностную схему. Конец  $x = l$  стержня имеет температуру  $\mu(t)$ , на конец  $x = 0$  подается тепловой поток плотности  $q(t)\vec{e}_x$ , начальная температура равна нулю.
3. С помощью программ типа Excel или собственной решить численно задачу о равновесной форме (провисании) однородной мембраны в поле силы тяжести со следующими граничными условиями:

$$u(x, 0) = -\left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 + 1, u(x, l) = 0, u(0, y) = 0, u(l, y) = 0, \quad 0 < x < l, 0 < y < l.$$

В качестве ответа необходимо описать выбранную сетку и представить график в координатах  $\{x, y, z = u(x, y)\}$ .

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется в редакторе Т<sub>E</sub>X и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать.

**Контрольная работа по курсу: «Численные методы».**  
**Разностные задачи, метод сеток.**  
**4 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г.**  
**Вариант 4**

1. Построить разностную схему, сходящуюся к решению акустической системы

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial x} = f_1(t, x), \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial x} = f_2(t, x). \end{cases}$$

2. Поставить задачу для определения температуры однородного стержня ( $0 < x < l$ ) с теплоизолированной боковой поверхностью и построить для нее сходящуюся разностную схему. Стержень ( $0 < x < l$ ) находится при нулевой температуре. С момента времени  $t = 0$  в сечении  $x = x_0 \in (0, l)$  действует источник тепла мощности  $Q(t)$ , концы стержня поддерживаются при нулевой температуре.
3. С помощью программ типа Excel или собственной решить численно задачу о равновесной форме (провисании) однородной мембраны в поле силы тяжести со следующими граничными условиями:

$$u(x, 0) = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{l}\right)}, u(x, l) = 0, u(0, y) = \sqrt{\left(1 - \frac{y}{l}\right)}, u(l, y) = 0, \quad 0 < x < l, 0 < y < l.$$

В качестве ответа необходимо описать выбранную сетку и представить график в координатах  $\{x, y, z = u(x, y)\}$ .

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется в редакторе TeX и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать.

**Контрольная работа по курсу: «Численные методы».**  
**Разностные задачи, метод сеток.**  
**4 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г.**  
**Вариант 5**

1. Построить разностную схему П. Лакса, аппроксимирующую задачу Коши для линейного двумерного уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

и исследовать ее на сходимость.

2. Поставить задачу для определения температуры однородного стержня ( $0 < x < l$ ) с теплоизолированной боковой поверхностью и построить для нее сходящуюся разностную схему. В сечении  $x = x_0 \in (0, l)$  стержня, концы которого  $x = 0$  и  $x = l$  поддерживаются при постоянных температурах  $\mu_1$  и  $\mu_2$  соответственно, действует источник тепла постоянной мощности  $Q_0$  столь долго, что в стержне устанавливается стационарный тепловой режим. В момент  $t = 0$  источник отключается.
3. С помощью программ типа Excel или собственной решить численно задачу о равновесной форме (провисании) однородной мембраны в поле силы тяжести со следующими граничными условиями:

$$u(x, 0) = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{l^2}\right)}, u(x, l) = 0, u(0, y) = \sqrt{\left(1 - \frac{y}{l^2}\right)}, u(l, y) = 0, \quad 0 < x < l, 0 < y < l.$$

В качестве ответа необходимо описать выбранную сетку и представить график в координатах  $\{x, y, z = u(x, y)\}$ .

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется в редакторе Т<sub>Е</sub>X и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать.