

В данном файле 12 вариантов обязательных контрольных.

Номер варианта следует выбирать согласно номеру в списке группы.

Задачи со «звёздочками» — общие для всех. Их правильное выполнение даёт дополнительные баллы. Чем сложнее задача (больше звёзд), тем больше баллов.

1. (\*) "Задача о лифтах". Пусть даны  $k$  лифтов в доме в  $n$  этажей. На каждом этаже имеются две кнопки ("вверх" и "вниз"), на первом — только "вверх"; на  $n$ -ом — только "вниз". Требуется построить булеву функцию вызова "ближайшего" лифта в "нужном" направлении, могут быть нажаты одна или две кнопки ("вверх" и "вниз").
2. (\*) "Задача о лифтах". Пусть даны  $k$  лифтов в доме в  $n$  этажей. На каждом этаже имеются две кнопки ("вверх" и "вниз"), на первом — только "вверх"; на  $n$ -ом — только "вниз". Требуется построить булеву функцию вызова "дальнего" лифта в "нужном" направлении, могут быть нажаты одна или две кнопки ("вверх" и "вниз").
3. (\*) Построить алгоритм нахождения суммы двух дробей в двоичной системе счисления:  
$$x_{n_1}x_{n_1-1} \dots x_2x_1, x_{-1}x_{-2} \dots x_{-n_2+1}x_{-n_2} + y_{m_1}y_{m_1-1} \dots y_2y_1, y_{-1}y_{-2} \dots y_{-m_2+1}y_{-m_2}.$$
4. (\*) Построить алгоритм нахождения разности двух дробей в двоичной системе счисления:  
$$x_{n_1}x_{n_1-1} \dots x_2x_1, x_{-1}x_{-2} \dots x_{-n_2+1}x_{-n_2} - y_{m_1}y_{m_1-1} \dots y_2y_1, y_{-1}y_{-2} \dots y_{-m_2+1}y_{-m_2}.$$
5. (\*\*) Построить алгоритм нахождения произведения двух чисел в двоичной системе счисления:  
$$x_nx_{n-1} \dots x_2x_1 \times y_my_{m-1} \dots y_2y_1.$$
6. (\*\*) Построить алгоритм нахождения результата деления одного числа на другое в двоичной системе счисления:  
$$\frac{x_nx_{n-1} \dots x_2x_1}{y_my_{m-1} \dots y_2y_1}.$$
7. (\*\*\*) Построить алгоритм нахождения результата возведения в степень в двоичной системе счисления:  
$$x_nx_{n-1} \dots x_2x_1^{y_my_{m-1} \dots y_2y_1}.$$

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 1.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})) \rightarrow \bar{Y}) \quad (1)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (2)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$(((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow \bar{P})) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{R})) \quad (3)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные ложны.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((R \rightarrow (\bar{Q} \& P)) \rightarrow A) \rightarrow (A \& (P \rightarrow Q) \& R)) \quad (4)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B) \& (A \vee C) \& (B \vee D) \& (C \vee D)) \quad ((A \vee D) \& (B \vee C)) \quad (5)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101010001), \quad f_2 = (1010101100101010).$$

8. В соревнованиях по бегу участвуют Алла, Таня, Валя и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

- Первой будет Таня, Валя будет второй;
- Второй будет Таня, Даша – третьей;
- Алла будет второй, Даша – четвертой.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом предположении только одно высказывание истинно, другое же ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девочек, если все они оказались на разных местах?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 2.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z, U, V, W$  ложна следующая формула:

$$((X \& Y) \vee (X \& Z) \vee (Y \& Z) \vee (U \& V) \vee (U \& W) \vee (V \& W) \vee (\bar{X} \& \bar{Y}))$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.
3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$(((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow \bar{P})) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{R})) \quad (6)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные истинны.
5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (7)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$(A \& (A \vee C) \& (B \vee C)) \quad ((A \& D) \vee (B \& C)) \quad (8)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111011101010001), \quad f_2 = (1010101100111010).$$

8. По обвинению в ограблении перед судом предстали Иванов, Петров, Сидоров. Следствием установлено следующее:

- Если Иванов не виновен или Петров виновен, то Сидоров виновен;
- Если Иванов не виновен, то Сидоров не виновен.

Кто из подозреваемых участвовал в преступлении?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 3.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \vee Z) \rightarrow ((X \vee Y) \& (X \vee Z))) \quad (9)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (10)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$(((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow \bar{P})) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{R})) \quad (11)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и большинство переменных.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (12)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B) \& (B \vee C) \& (C \vee D)) \quad ((A \& C) \vee (B \& C) \vee (B \& D)) \quad (13)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111110101010001), \quad f_2 = (1010101100101110).$$

8. Виктор, Роман, Юрий и Сергей заняли на математической олимпиаде первые четыре места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

- Сергей - первый, Роман - второй;
- Сергей - второй, Виктор - третий;
- Юрий - второй, Виктор - четвертый.

Как распределились места, если в каждом ответе только одно утверждение истинно?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 4.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \& ((Y \vee Z) \& (Z \vee X))) \rightarrow ((X \& Y) \& Z)) \quad (14)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (15)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$(((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow \bar{P})) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{R})) \quad (16)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и меньшинство переменных.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (17)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B \vee C) \& (B \vee C \vee D) \& (C \vee D \vee A)) \quad ((A \& B) \vee (A \& D) \vee (B \& D) \vee C) \quad (18)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101110001), \quad f_2 = (1011101100101010).$$

8. Брауну, Джонсу и Смиту предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка.

В ходе следствия Браун сказал, что преступники были на синем «Бьюике», Джонс сказал, что это был черный «Крайслер», Смит утверждал, что это был «Форд», но не синий.

Каждый указал неправильно либо марку, либо цвет автомобиля. Определите истинный цвет и истинную марку автомобиля.

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 5.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((Z \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})) \rightarrow \bar{Y}) \quad (19)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Z) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (20)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$(((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \downarrow \bar{P})) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{R})) \quad (21)$$

4. Построить формулу от четырёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные ложны.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) | ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (22)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \& B) \& (A \vee C) \& (B \vee D) \& (C \vee D)) \quad ((A \vee D) \& (B \vee C)) \quad (23)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101010101), \quad f_2 = (1010101101101010).$$

8. Обсуждая свои возможности по поступлению в вуз, абитуриенты Андрей, Борис и Владимир высказали следующие предположения

- Андрей: «Я не смогу поступить, а Владимир — поступит»;
- Борис: «Владимир не поступит, а Андрей — поступит»;
- Владимир: «Если я поступлю, то Борис — не поступит или наоборот».

После сдачи экзаменов выяснилось, что каждый высказал одно верное и одно ложное простое утверждение. Кто поступил в вуз, если не смог поступить лишь один из них?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 6.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z, U, V, W$  ложна следующая формула:

$$((X \& Y) \vee (X \& Z) \vee (Y \& Z) \vee (U \& V) \vee (U \& W) \vee (V \& W) \vee (\bar{X} \& \bar{Y}))$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.
3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((((P \rightarrow Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow \bar{R}) \rightarrow R) \tag{24}$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные истинны.
5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \tag{25}$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B) \& (B \vee C) \& (C \vee D)) \quad ((A \& C) \vee (B \& C) \vee (B \& D)) \tag{26}$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111011101010001), \quad f_2 = (1010101100111010).$$

8. Внимание Андрея, Дениса и Марата привлёк промчавшийся мимо автомобиль.

- Это английская машина марки «Феррари», - сказал Андрей;
- Нет, машина итальянская марки «Понтиак», - возразил Денис;
- Это «Сааб», и сделан он не в Англии, - сказал Марат.

Оказавшийся рядом знаток автомобилей сказал, что каждый из них прав только в одном из двух высказанных предположений. Какой же марки этот автомобиль, и в какой стране он изготовлен?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл  $dvi$  или  $pdf$ ,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход."** **Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 7.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \vee Z) \rightarrow ((X \vee Y) \& (X \vee Z))) \quad (27)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (28)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.
3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{R}) \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}))) \quad (29)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и большинство переменных.
5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((R \rightarrow (\bar{Q} \& P)) \rightarrow A) \rightarrow (A \& (P \rightarrow Q) \& R)) \quad (30)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$(A \& (A \vee C) \& (B \vee C)) \quad ((A \& D) \vee (B \& C)) \quad (31)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111110101010001), \quad f_2 = (1010101100101110).$$

8. Алеша, Боря и Гриша нашли в земле старинный сосуд. Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения:

- Алеша: «Это сосуд греческий и изготовлен в V веке»;
- Боря: «Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке»;
- Гриша: «Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке».

Учитель истории сказал, что каждый из них прав только в одном из двух предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 8.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \& ((Y \vee Z) \& (Z \vee X))) \rightarrow ((X \& Y) \& Z)) \quad (32)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (33)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((((P \rightarrow Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow \bar{R}) \rightarrow R) \quad (34)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и меньшинство переменных.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((R \rightarrow (\bar{Q} \& P)) \rightarrow A) \rightarrow (A \& (P \rightarrow Q) \& R)) \quad (35)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \& B) \& (A \vee C) \& (B \vee D) \& (C \vee D)) \quad ((A \vee D) \& (B \vee C)) \quad (36)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101110001), \quad f_2 = (1011101100101010).$$

8. В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка –  $A, B, C, D$ . Известно, что:

- Если  $A$  нарушил, то и  $B$  нарушил правила обмена валюты.
- Если  $B$  нарушил, то и  $C$  нарушил или  $A$  не нарушал.
- Если  $D$  не нарушил, то  $A$  нарушил, а  $C$  не нарушал.
- Если  $D$  нарушил, то и  $A$  нарушил.

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 9.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((Z \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})) \rightarrow \bar{Y}) \quad (37)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Z) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (38)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{R}) \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}))) \quad (39)$$

4. Построить формулу от четырёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные ложны.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((R \rightarrow (\bar{Q} \& P)) \rightarrow A) \rightarrow (A \& (P \rightarrow Q) \& R)) \quad (40)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B \vee C) \& (B \vee C \vee D) \& (C \vee D \vee A)) \quad ((A \& B) \vee (A \& D) \vee (B \& D) \vee C) \quad (41)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101010101), \quad f_2 = (1010101101101010).$$

8. Обсуждая свои возможности по поступлению в вуз, абитуриенты Андрей, Борис и Владимир высказали следующие предположения

- Андрей: «Я не смогу поступить, а Владимир — поступит»;
- Борис: «Владимир не поступит, а Андрей — поступит»;
- Владимир: «Если я поступлю, то Борис — не поступит или наоборот».

После сдачи экзаменов выяснилось, что каждый высказал одно верное и одно ложное простое утверждение. Кто поступил в вуз, если смог поступить лишь один из них?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход."** **Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 10.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z, U, V, W$  ложна следующая формула:

$$((X \& Y) \vee (X \& Z) \vee (Y \& Z) \vee (U \& V) \vee (U \& W) \vee (V \& W) \vee (\bar{X} \& \bar{Y}))$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.
3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((((P \rightarrow Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow \bar{R}) \rightarrow R) \quad (42)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая истинна в том и только том случае, когда ровно две переменные истинны.
5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$((R \rightarrow (\bar{Q} \& P)) \rightarrow A) \rightarrow (A \& (P \vee Q) \& R) \quad (43)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B \vee C) \& (B \vee C \vee D) \& (C \vee D \vee A)) \quad ((A \& B) \vee (A \& D) \vee (B \& D) \vee C) \quad (44)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111011101010001), \quad f_2 = (1010101100111010).$$

8. Однажды гномы, решившие отправиться за сокровищами, собрались на совет, чтобы обсудить возможные опасности, которые их ожидают. Было высказано три предложения:

- Их либо захватят гоблины, либо нападет дракон, либо они заблудятся в лесу, либо их ожидают какие – то две, а может быть, и все три из этих опасностей.
- Если дракон не нападет, то они утонут в реке.
- И дракон нападет, и заблудятся в лесу.

Помогавший им волшебник успокоил их и сказал, что второе и третье предположения ложны. Каких же опасностей следует ожидать гномам?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 11.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \vee Z) \rightarrow ((X \vee Y) \& (X \vee Z))) \quad (45)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (46)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей конъюнктивная нормальная форма.

3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{R}) \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}))) \quad (47)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и большинство переменных.

5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (48)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$(A \& (A \vee C) \& (B \vee C)) \quad ((A \& D) \vee (B \& C)) \quad (49)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111110101010001), \quad f_2 = (1010101100101110).$$

8. На вопрос, кто из трёх студентов изучал логику, был получен правильный ответ: если изучал первый, то изучал и второй, но неверно, что если изучал третий, то изучал и второй. Кто из них изучал логику?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...

**Контрольная работа по курсу**  
**"Дискретная математика. Алгоритмический подход." Функции алгебры логики,**  
**3 курс, МГУ, физический факультет,**  
**кафедра физико-математических методов управления.**  
**1 марта 2016 г.; срок сдачи: 15 марта 2016 г..**  
**Вариант 12.**

1. При каких значениях переменных  $X, Y, Z$  ложны следующие формулы:

$$(((X \vee Y) \& ((Y \vee Z) \& (Z \vee X))) \rightarrow ((X \& Y) \& Z)) \quad (50)$$

$$((X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))) \quad (51)$$

2. Доказать, что для любой формулы алгебры логики существует эквивалентная ей дизъюнктивная нормальная форма.
3. Привести к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам

$$((((P \rightarrow Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow \bar{R}) \rightarrow R) \quad (52)$$

4. Построить формулу от трёх переменных, которая принимает такое же значение, как и меньшинство переменных.
5. Построить формулу  $A$  такую, чтобы данная формула была тождественно истинной

$$(((A \& Q) \rightarrow \bar{P}) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow A)) \quad (53)$$

6. Доказать эквивалентность формул:

$$((A \vee B) \& (B \vee C) \& (C \vee D)) \quad ((A \& C) \vee (B \& C) \vee (B \& D)) \quad (54)$$

7. Проверить полноту системы функций  $\{f_1, f_2\}$ , где

$$f_1 = (0111010101110001), \quad f_2 = (1011101100101010).$$

8. Трое друзей, болельщиков автогонок «Формула-1», спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

– Вот увидишь, Шумахер не придёт первым, – сказал Джон. – Первым будет Хилл.

– Да нет же, победителем будет, как всегда Шумахер, – воскликнул Ник. – А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым. Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

– Хиллу не видать первого места, а вот Алези пилотирует самую мощную машину. По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего оказались неверными. Кто выиграл этап гонки?

**При оформлении работы:**

- на работе должна быть фамилия автора и номер варианта!
- работа оформляется (желательно) в редакторе  $\text{\TeX}$  и распечатывается файл *dvi* или *pdf*,
- распечатанная работа возвращается с данным листом (в опрятном виде!) варианта контрольных заданий. Лист с заданиями не сгибать, не комкать...