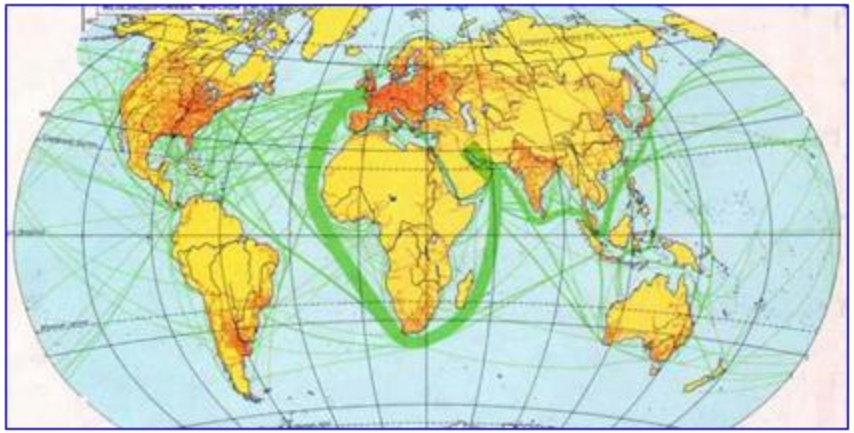
Методы и алгоритмы решения задач транспортной логистики

Е.Р. Гафаров, А.А. Лазарев, А.С. Мандель

Российская Академия Наук
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ имени В.А. Трапезникова

Транспортная логистика



Морские перевозки – 80% международной торговли,
плата за фрахт грузоперевозчиков – 110-120 млрд. долл. в год

Контейнерные перевозки – около 11 млн. условных контейнеров/год

Что возить?

Когда возить?

В каком количестве?

От кого и кому?

Площадь АвтоВАЗа составляет около 6 кв. км., площадь одного цеха на Челябинском трубном заводе - почти 1 кв. км.

Площадь современного автоматизированного склада может доходить до 2 гектар

Каким транспортом?

По каким маршрутам?

Что делать при наличии сбоев?

В России объем грузоперевозок железнодорожным транспортом составляет более 60 % от общего объема грузоперевозок

Теория управления запасами и производством

1) Harris, F. W. "How Many Parts To Make At Once" Factory, The Magazine of Management, 10(2), 135-136, 152 (1913).
2) Wilson, R. H. «A Scientific Routine for Stock Control» Harvard Business Review, 13, 116—128 (1934).

$$Q = \sqrt{\frac{2A\lambda}{h}}$$

В 1975 г. Кеннету Джозефу Эрроу присуждена Нобелевская премия “за вклад в общую теорию равновесия и теорию благосостояния ”.

Кеннет Эрроу

Герберт Скарф

Arrow K., Karlin S., Scarf H. Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production. Stanford, Calif.: Stanford University Press, 1958.

Самуэль Карлин

Математическое программирование и комбинаторная оптимизация

Гаспар Монж. Сборник статей к 200-летию со дня рождения / Отв. ред. В. И. Смирнов. — Л.: Изд. АН СССР, 1947.

Гаспар Монж

Леонид Канторович

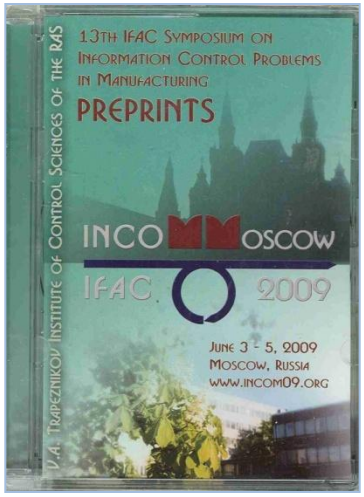
Л.В.Канторович "Математические методы организации и планирования производства": ЛГУ, 1939. - 67 с.

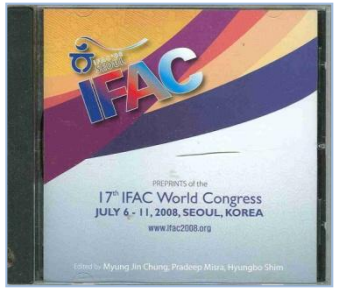
В 1975 г. Л. Канторовичу и Тьяллингу Ч. Купмансу присуждена Нобелевская премия “за вклад в теорию оптимального распределения ресурсов”.

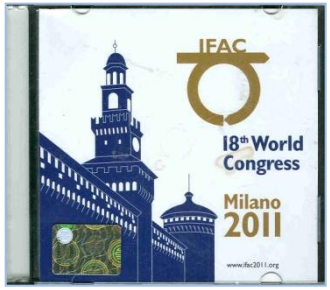
Задачи логистики на конгрессах и симпозиумах ИФАК

На последнем Конгрессе Международной федерации по автоматическому управлению (ИФАК), который проходил в Милане задачам логистики было посвящено более 100 докладов. Еще большее число докладов по задачам управления в логистике было включено в программы тематических симпозиумов ИФАК.

В мире и России проводятся многие десятки конференций и семинаров, посвященных задачам логистики запасов и транспортной логистики. Последний предмет называется Supply Chain Management, или “управление цепями поставок”.



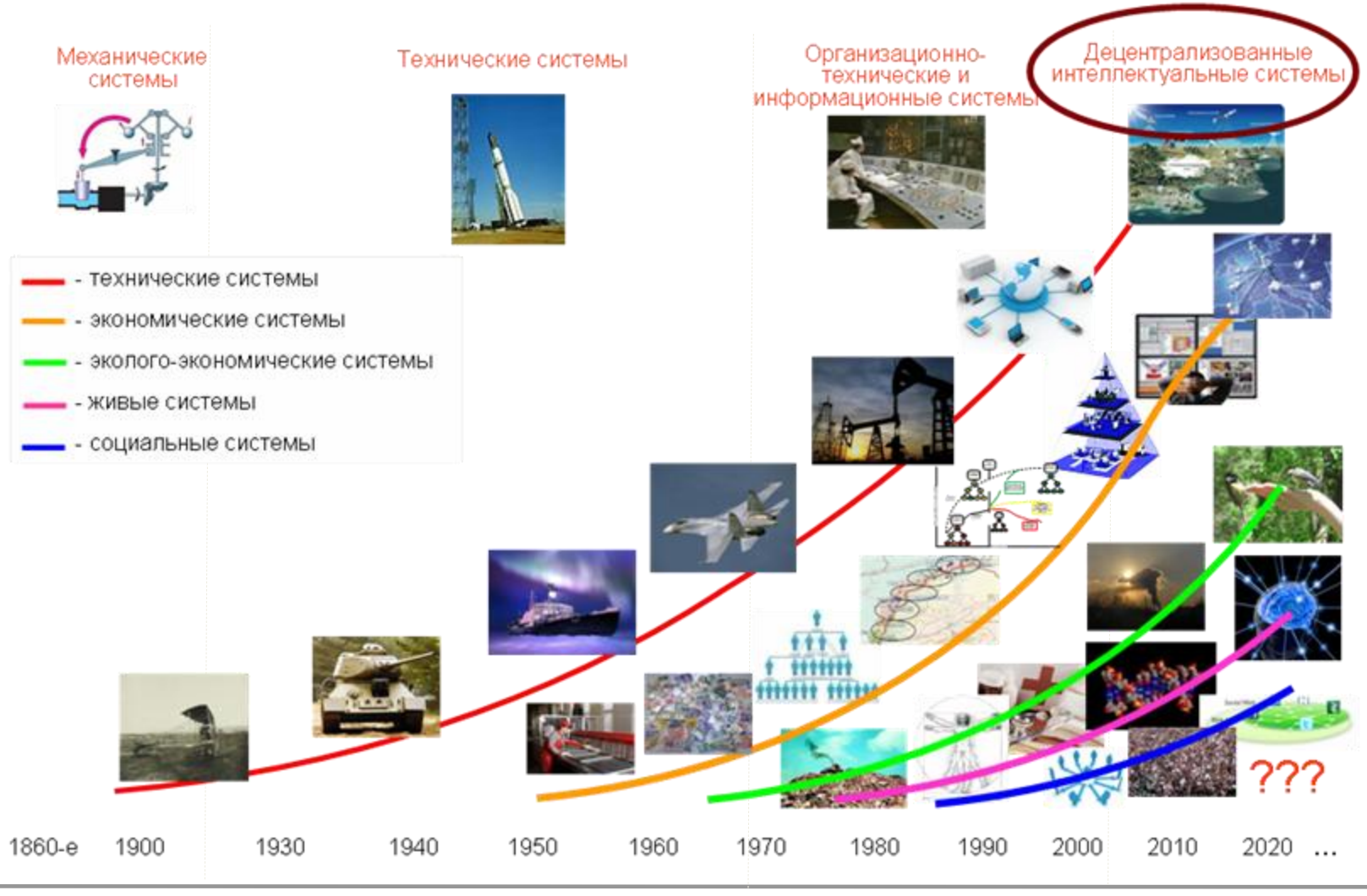




Mandel’ A.S. Models and Algorithms of Inventory Control in Case of Uncertainty / In: Preprints of 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing, INCOM'09, June3-5, 2009, Moscow, Russia, V.A. Trapeznikov Institute on Control Sciences. M.: ICS RAS, 2009. pp. 223-228.

Mandel A. Multi-Item Inventory Control under Uncertainty and Non-Stationarity. // Preprints of 14 th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing. Bucharest: IFAC Publication, 2012. V. F. – pp . 344-350.

Прошлое, настоящее и будущее теории управления (объекты управления)

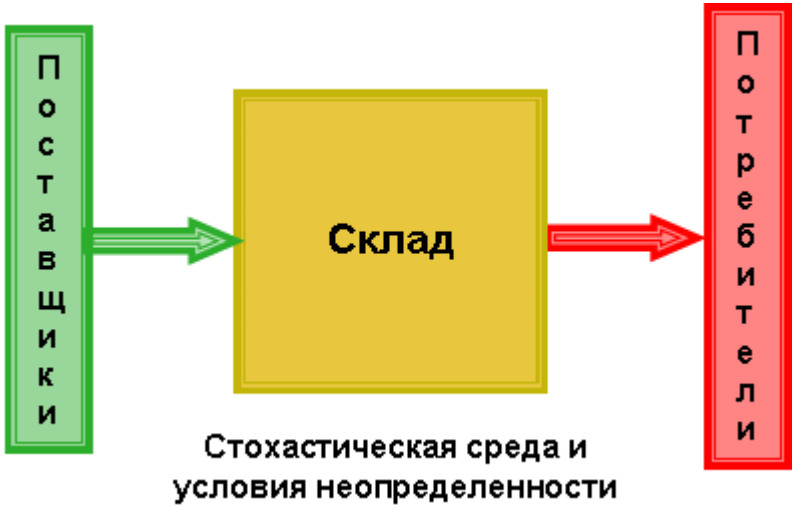


Управление запасами

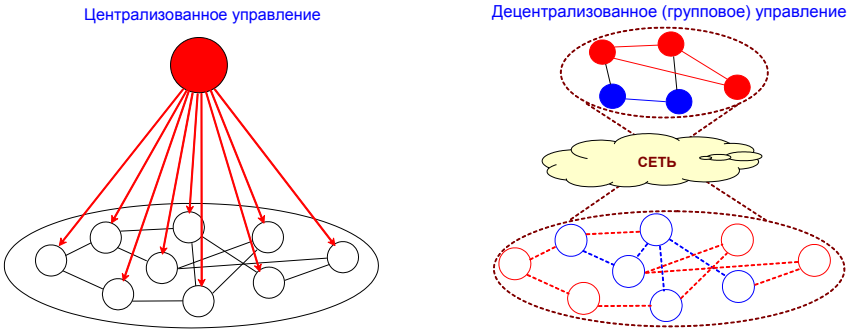
Гибкие производственные системы

Принципы “Just in Time”

и/или “Канбан”!



Мультиагентные системы



Общая схема решения проблемы УЗ в условиях неопределенности

Общая схема решения задачи управления многономенклатурными запасами в условиях нестационарности спроса и в отсутствии полной информации может быть представлена как последовательное выполнение следующих этапов:

1) **классификация запасов (ABC-анализ);**
2) **прогнозирование трендов спроса на товары групп A и B;**
3) **решение детерминированных задач управления запасами;**
4) **наблюдение за текущими значениями стохастических компонент спроса по каждому из товаров (этап *остационаривания*);**
5) **формирование предварительных минимаксных оценок компенсационных запасов;**
6) **построение алгоритмов управления компенсационными запасами.**

Критерии	Стратегии	Алгоритмы
$\min(\Sigma(\text{тренд})) + \min \mathbf{M}(\Sigma\sigma^2)$	**Детерминированные + страховые запасы**	**Прогнозирование тренда + адаптивные алгоритмы для расчета страховых запасов**

Мандель А.С. Задача управления многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Часть I. Нормативная модель. / Проблемы управления. 2011. № 6. С. 47-51.
Мандель А.С. Управление многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Ч.II. Создание страховых запасов. / Проблемы управления. 2012. № 1. С. 42-46.

Коновалов А.С., Барладян И.И., Токмакова А.Б. Сравнительный анализ эффективности различных методов кластеризации в задачах предпроектного обследования автоматизируемых систем управления снабжением и логистики. // Труды конференции по теории активных систем. – М.: ИПУ РАН, 2009. С. 255-259.

2. Задача прогнозирования трендов

Временные ряды $\{z_i(\tau),\ t_i' \le \tau \le t_i'',\ 0 \le t_i' < t_i'' \le t,$ для некоторых $i \in \overline{1,I}\}$ могут быть представлены суммой трёх (иногда полагают, что четырёх) составляющих:

1) систематическая составляющая – тренд (демонстрирует основную тенденцию, принципиальный характер изменения процесса, представленного рядом, во времени);
2) относительно плавные колебания в окрестности тренда, которые происходят с большей или меньшей регулярностью (и в частности, эффект сезонности, иногда рассматривающийся как отдельная составляющая);
3) случайные отклонения (говорят также о несистематических или нерегулярных колебаниях).

В нашем случае под трендом мы понимаем сумму первых двух компонент!

Для прогнозирования применяется комбинация классических статистических методов с экспертно-статистическим методом аналогов.

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{L}\sum_{k \in Z} l_k s_k z_k(t)$$

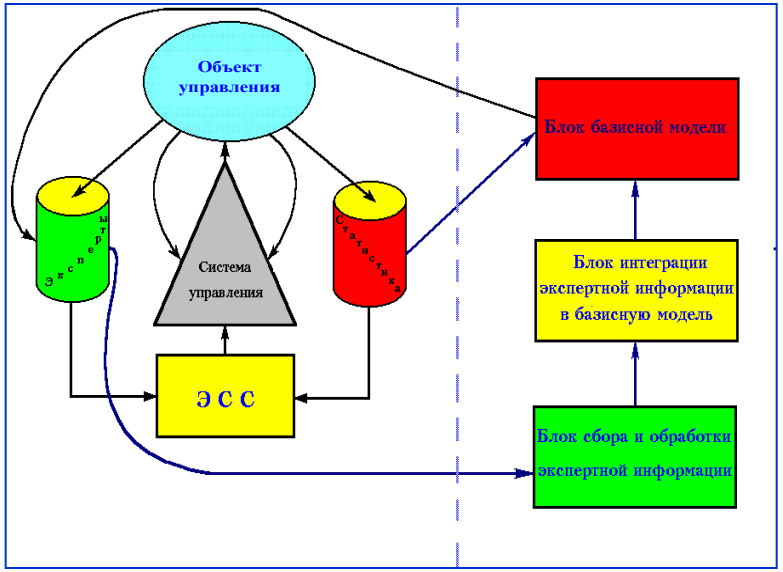
В результате решения задачи прогнозирования формируется набор прогнозов обобщенных трендов:

$$\{\hat{y}_i(\tau),\ t \le \tau \le T + t,\ \forall i \in \overline{1,I}\}$$

$$\hat{y}(t) = \frac{\sum_{m=1}^{M} K_{дов}^{(m)}\, \hat{y}_m(t)}{\sum_{m=1}^{M} K_{дов}^{(m)}}$$

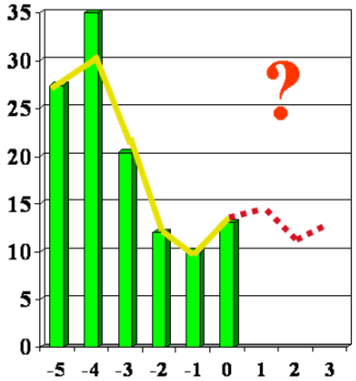
Беляков А.Г. Прогнозирование трендов спроса в задачах управления многономенклатурными запасами / Теория активных систем. Труды международной научно-практической конференции (14-16 ноября 2011 г., Москва, Россия). М.: ИПУ РАН, 2011. Т. 2. С. 60-63.

Блок-схема экспертно-статистической системы обработки информации

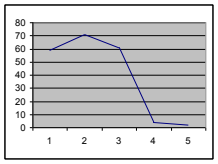


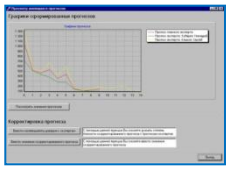
Belyakov A., Mandel A., Semyenov A.G. Expert-Statistical Processing of Data and the Method of Analogs in Solution of Applied Problems in Control Theory // In: Preprints of the 17th World Congress. July 6-11, 2008, Seoul, Korea, pp. 3180-3185.

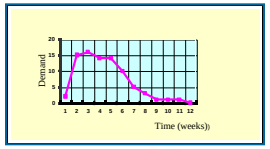
Прогнозирование временных рядов

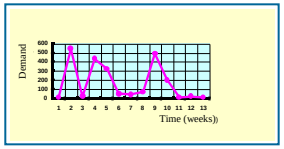


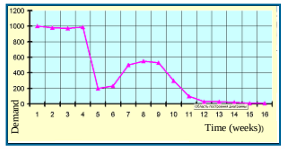
- короткие выборки;
- результаты прогнозирования должны быть представлены достаточно быстро;
- имеется представительная выборка наблюдений по эволюции других объектов из той же предметной области;
- в данной предметной области имеется группа высокопрофессиональных экспертов





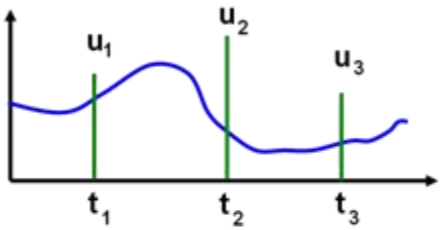






3. Решение детерминированной задачи УЗ
(по обобщенным трендам)

Одномерный случай



Многомерный случай

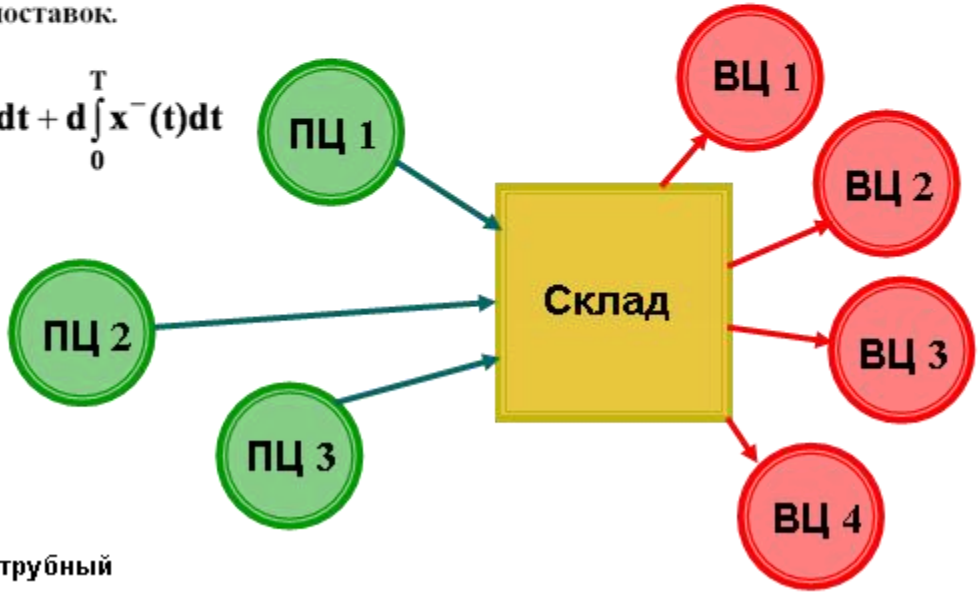
Использование кусочно-линейной аппроксимации для обобщения классической формулы Уилсона.

Результатом являются величины T_A и T_B общих периодов поставок для товаров групп A и B и размеры поставок.

Прокатный стан 30-102 ПНТЗ

$$D(x_0;u_1,t_1;u_2,t_2;\ldots;u_K,t_K) = KA + c\sum_{k=1}^{K} u_k + h\int_0^T x^+(t)dt + d\int_0^T x^-(t)dt$$

$$x(t) = x_0 + \sum_{k:\,t_k \le t} u_k - \int_0^t \hat{y}(t)dt$$



Первоуральский новотрубный завод (ПНТЗ)

4-6. Управление компенсационными запасами (квазистационарный случай)

Теорема 1.

Пусть $G(x)$ – стационарное распределение вероятностей (т.е. распределение вероятностей в стационарном (при $n \to \infty$) режиме функционирования) начального уровня запасов, иначе говоря, того уровня запасов, с которого начинается очередной шаг до подачи заказа на пополнение запасов.

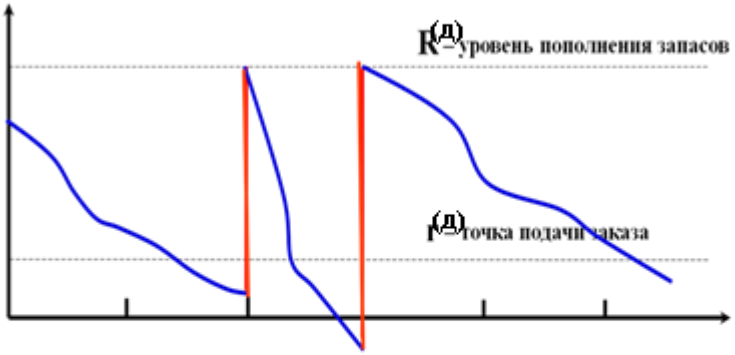
Рассмотрим следующую задачу: найти

$$\min_{u \ge 0}\{\int_{-\infty}^{\infty}[A \times 1(u) + cu + g(x,u)]dG(x)\}, \qquad (1)$$

где $g(x, u)$ – одношаговые издержки.

Решение задачи (1) задает двухуровневую стратегию управления запасами с параметрами $R_{opt}^{(д)}$ и $r_{opt}^{(д)}$.

Алгоритмы управления запасами с использованием параметрических (R, r)-стратегий



Развивая аналогию между задачами теории управления запасами и задачами теории восстановления, удалось построить адаптивные алгоритмы для пересчета параметров R и r двухуровневых дальнозорких стратегий управления запасами в условиях неопределенности.

Стратегия	“Близорукая”	“Дальнозоркая”
Средние затраты (руб)	1265487	782543

Аптечные сети

Мандель А.С., Семенов Д.А. Адаптивные алгоритмы оценки параметров оптимальных стратегий управления запасами при ограниченном дефиците. / Автоматика и телемеханика, 5. 2008. – С. 10.

Управление многономенклатурными компенсационными запасами

$$s_t = \left(s_t^{(1)}, s_t^{(2)}, \ldots, s_t^{(I)}\right)^T$$

$$P(z_t \le s_t) = \max_x P(z_t \le x_t)$$

$$c^T x_t \le \Phi$$

$$s_t = \arg\max_x \left\{\min_i P(z_t^{(i)} \le x_t^{(i)})\right\}$$

$$c^T x_t \le \Phi$$

$$P(z_t^{(i)} \le s_t^{(i)}) = P(z_t^{(i)} \le s_t^{(i)}) \quad \forall i, j \in \overline{1, I}$$

Задача заключается в том, чтобы стабилизировать реальное значение компенсационного запаса в окрестности найденных оценок!

Задача стабилизации компенсационных запасов – 1

Требуется найти

$$\arg\min_{u_t} E\left\{(z_t - s_t)^T (z_t - s_t)\right\},$$

где u_t – управление (размер заказа на пополнение запасов), а E – оператор вычисления математического ожидания.

Для описания авторегрессионного процесса спроса введем следующую матрицу

$$H = E\left\{(z_t - Ez_t)(z_{t+1} - Ez_{t+1})^T\right\}.$$

Полагая $A = HK^{-1}$, $B = [K - HK^{-1}H^T]^{-1/2}$ и $Ez_t = m_t$, можно записать модель формирования спроса в следующем виде

$$z_{t+1} = Az_t + m_t - Am_t + B\xi_t,$$

а уравнение наблюдений представимо как

$$\varsigma_t = z_t + \eta_t,$$

где ξ_t и η_t – стационарные белые шумы.

Коновалов А.С., Мандель А.С. Применение фильтра Калмана для прогнозирования спроса при решении задач управления запасами // Труды конференции по теории активных систем. – М.: ИПУ РАН, 2009. С. 259-263.

Задача стабилизации компенсационных запасов – 2

Используя гипотезу разделимости, можно записать оптимальный размер заказа (по страховым запасам) в виде

$$u_t = \left(s_t - x_{t-1} + \hat{z}_t\right)^+,$$

где $\hat{z}_t$ – калмановская оптимальная оценка вектора спроса:

$$\hat{z}_0 = m_0, \qquad \hat{z}_{t+1} = A\hat{z}_t + m_{t+1} - Am_t + \Gamma_t(\varsigma_t - \hat{z}_t),$$

а

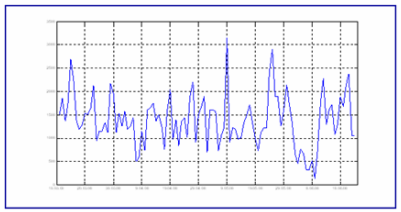
$$\Gamma_t = AD_t(F + D_t)^{-1},$$

$$D_{t+1} = AD_tA^T - AD_t(G + D_t)^{-1}D_tA^T + J$$

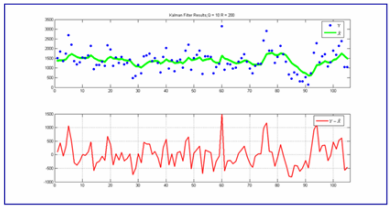
и

$$J = E\xi\xi^T, \quad G = E\eta\eta^T.$$

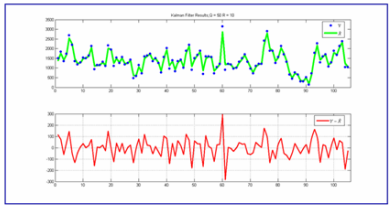
Фильтр Калмана (моделирование)



Спрос



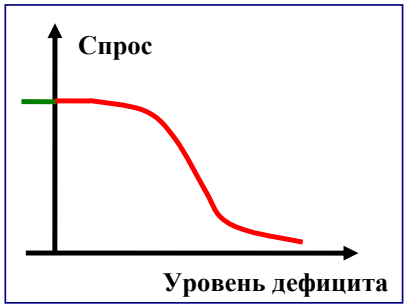
Дисперсия шума состояния / Дисперсия шума наблюдения = 5



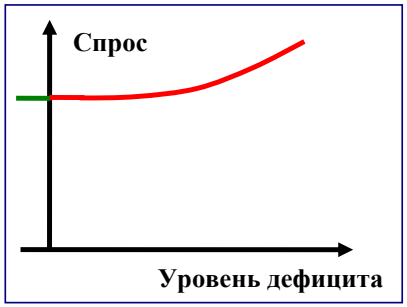
Дисперсия шума состояния / Дисперсия шума наблюдения = 1

Модели управления запасами, замкнутые по спросу

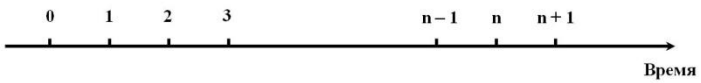
Базисные модели систем УЗ, замкнутых по спросу



Конкурентная экономика



Монопольная экономика



Вместо плотности $f(z)$ условная плотность $\vartheta(z_n | z_{n+1}, x_n(m))$.

Теорема 2.

Пусть математические ожидания затрат на хранение и издержек вследствие дефицита равномерно ограничены для $\forall z \geq 0 \wedge \forall x_n(m) \in R^m$, $n = 1,2,\ldots,N$. Тогда при $\beta < 1$ и $t \to \infty$ существует непрерывный как функция соответствующих переменных предел $\lim\limits_{n\to\infty} C_n^*(z, x(m)) = C^*(z, x(m))$, причем этот предел удовлетворяет следующему функциональному уравнению:

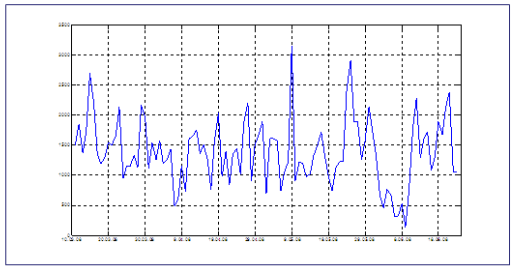
$$C^*(z, x(m)) = \min_{y \geq x^{(1)}} \{1(y - x^{(m)})[A + b(y - x^{(m)})] +$$

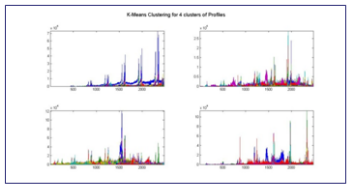
$$L(z, y, x(m)) + \beta \int_0^\infty C^*(z', x'(m)) \vartheta(z' | z, x(m)) dz'\},$$

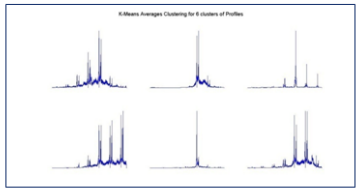
где

$$x(m) = (x^{(1)}, \ldots, x^{(m-1)}, x^{(m)})^T; \; x'(m) = (x^{(2)}, \ldots, x^{(m)}, y - z')^T.$$

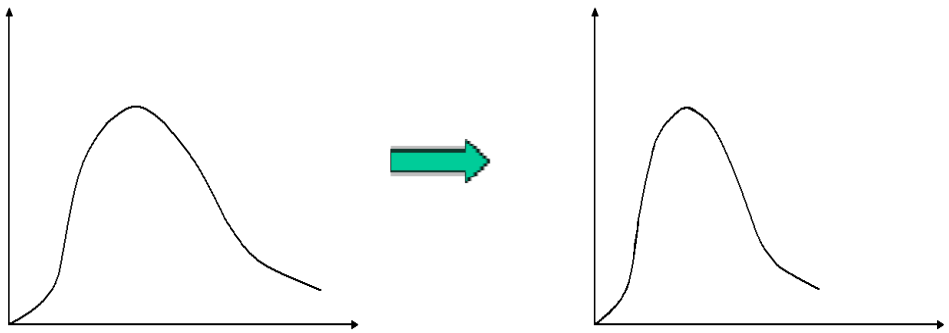
Анализ данных по продажам





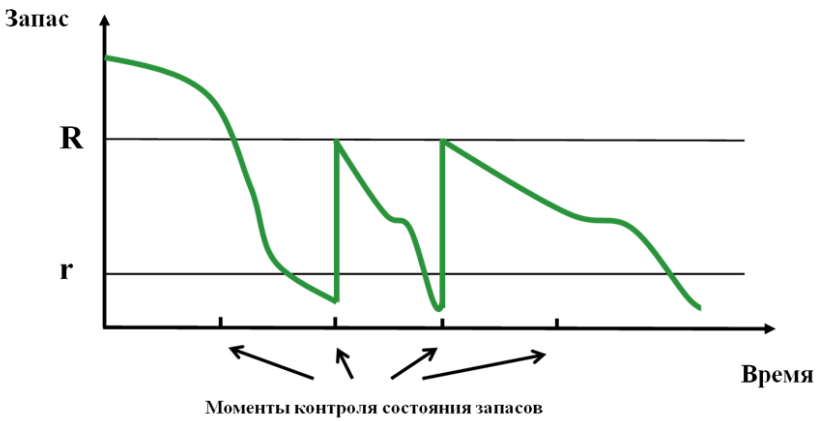


Мультипликативное описание обратной связи



$$f(z|y)=\begin{cases} f_{станд}(z), & \text{если } y<b, \\ f_{станд}(\chi(y)z)/\chi(y), & \text{если } y\geq b. \end{cases}$$

Двухуровневые стратегии управления запасами



Основное утверждение и основная гипотеза

Если R_1 – решение задачи без обратной связи по состоянию системы, то решение R_1' возмущенной задачи при с обратной связью по дефициту будет связано с R_1 соотношением

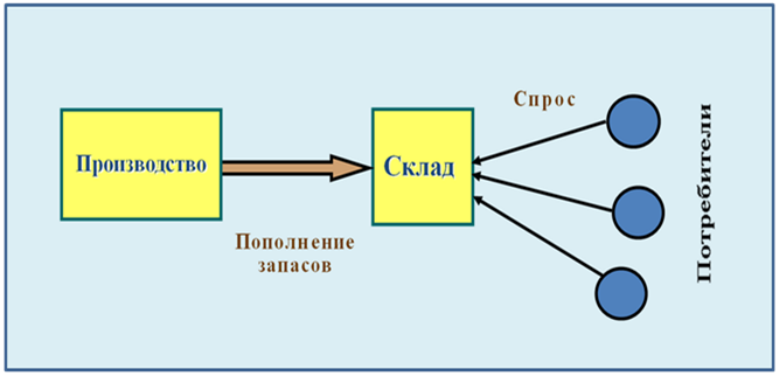
$$R_1 = R_1'/\pi(x,b).$$

Возникает гипотеза: для всех остальных R_n', n = 2, 3,… также справедливо соотношение

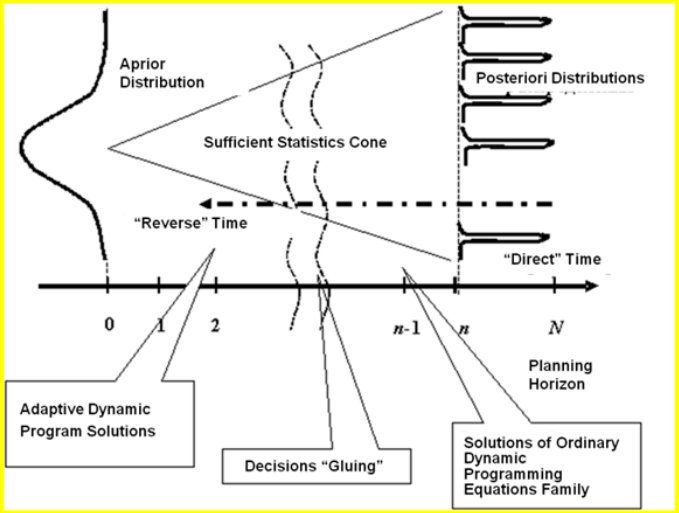
$$R_n = R_n'/\pi(x,b).$$

Методы и алгоритмы решения задач транспортной логистики

Управление запасами и производством

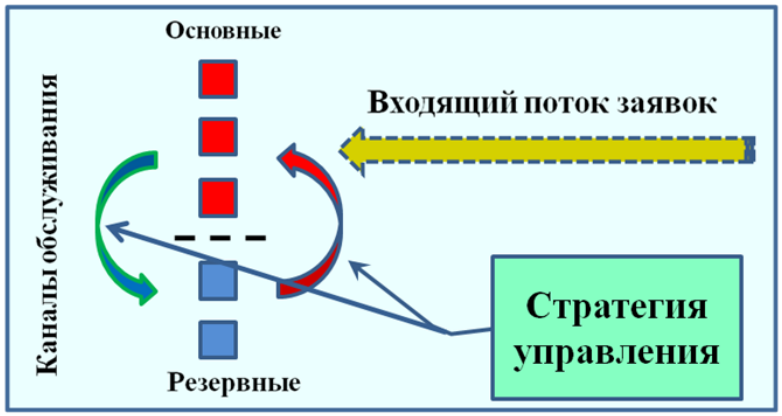


Adaptive dynamic programming: “dimensions damnation”



Экспертно-классификационные и экспертно-статистические методы обработки информации в задачах принятия решений

Управляемые системы массового обслуживания



докладчики: Гафаров Е.Р., Лазарев А.А., Мандель А.С.

Задачи комбинаторной оптимизации

Выбрать лучшее (оптимальное) **решение** среди множества допустимых решений.

Множество слишком большое – **полный перебор** за разумное время **невозможен**.

Задача об одномерном ранце

n предметов, W – вместимость рюкзака;
w_j – вес предмета;
p_j – стоимость предмета.

$\sum p_j x_j \rightarrow \max$
$\sum w_j x_j \le W$;
$x_j = 0$ или 1.

Для n=60 порядка 2^{60} решений!
2^{30} опер/секунду -- быстрейший компьютер. Нужно 800 лет.

Необходимо: сократить область перебора, не исключив оптимальное решение.

Алгоритмическая (временная) сложность решения задач комб. оптимизации

Класс P – задачи, решаемые за полиномиальное время («несложные»);

NP-трудные задачи, для которых полиномиальный алгоритм решения **неизвестен** («сложные»).

«7 математических проблем тысячелетия»

№1 P = NP?

№3 Гипотеза Пуанкаре (доказана 2002, Г.Я. Перельман)

Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.

Хачиян Л.Г., ВЦ РАН, метод эллипсоидов, премия Фалкерсона.

Необходимо:

1. Определить, к какому классу задач (P или NP-трудные), относится задача;
2. Построить быстрый точный или приближенный алгоритм решения.

Характер рассматриваемых задач.

Ограниченные ресурсы	
Возобновимые	Невозобновимые

→

Операции	
Требования к ресурсам	Продолжительность

Необходимо:
построить допустимое или оптимальное расписание выполнения операций.

Теория расписаний: задачи назначения ресурсов и календарного планирования (упорядочение во времени).

Г. Гантт (1903) – задачи на судостроительном предприятии. Диаграмма Гантта.

Г.Форд (1908) – конвейер. Разделение на операции. Одновременно несколько изделий.

Р.Беллман (1956) – предложил термин «Теория расписаний» для обозначения совокупности задач и связанных с ними научных знаний.

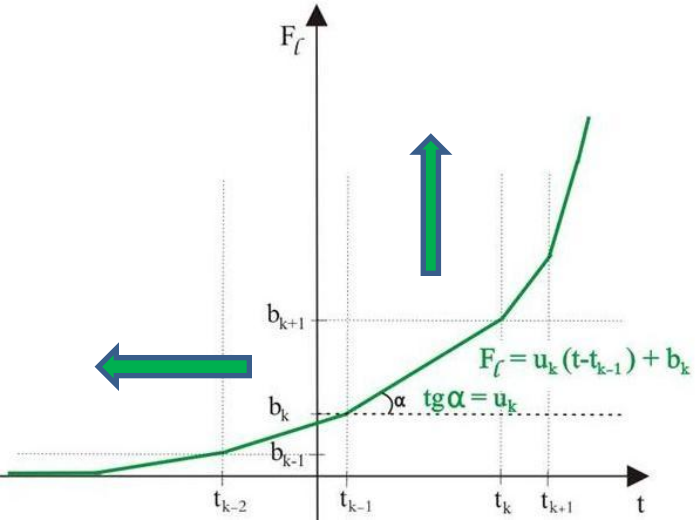
Методы решения задач комбинаторной оптимизации

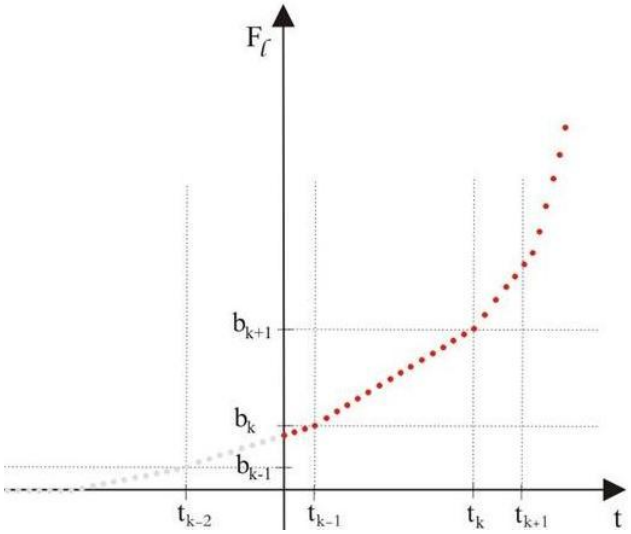
- Метод ветвей и границ
- Метод генерации колонок
- Эвристические и мета-эвристические методы
- …
- Метод динамического программирования

↓ ↓ ↓

- Графический метод
- Метод модификации параметров

Графический метод решения задач комбинаторной оптимизации





Алгоритм работает не в режиме «калькулятора», а учитывается аналитический вид функции Беллмана.

Преимущества графического метода:

- возможность решать примеры с нецелочисленными параметрами;
- легче строить FPTAS (аппроксимационные схемы);
- теоретическая трудоемкость для многих задач меньше;
- …

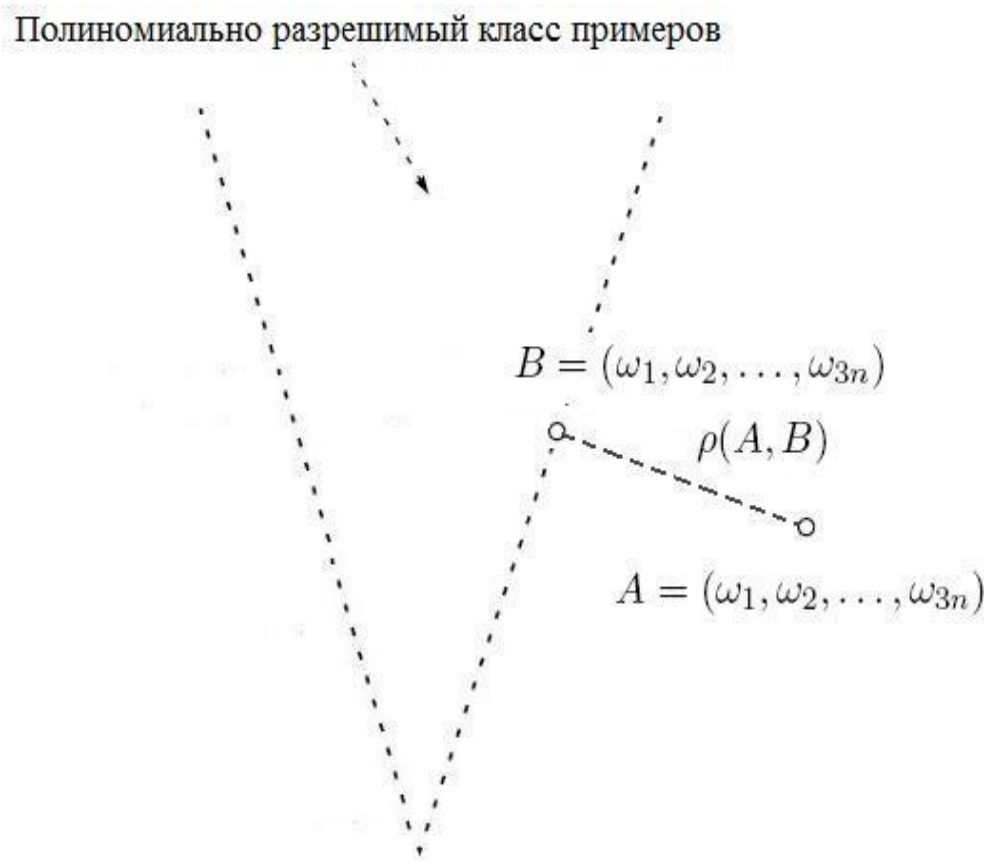
Построены графические алгоритмы для 10 задач комбинаторной оптимизации.

1) E.R. Gafarov, A.A. Lazarev and F.Werner. Transforming a pseudo-polynomial algorithm for the single machine total tardiness maximization problem into a polynomial one// **Annals of Operations Research**, 2012, Volume 196, Issue 1, C. 247-261.

2) E.R. Gafarov, A.Dolgui, A.A. Lazarev and F.Werner . A Graphical Approach to Solve Investment Problem, **International Journal of Production Economics, 2012.**

3) E.R. Gafarov, A.Dolgui, F. Werner. A Graphical Approach for Solving Single Machine Scheduling Problems Approximately, **International Journal of Production Research, 2012.**

Метод модификации параметров для решения задач комбинаторной оптимизации



1. Минимизируется функция ρ(A,B) расстояния между заданным примером A и полиномиально разрешимым примером B.

2. Решение примера B рассматривается как приближенное решение примера A.

3. Погрешность решения не превосходит 2ρ(A,B).

$$\sum_{j \in N} T_j^A(\pi^B) - \sum_{j \in N} T_j^A(\pi^A) \leq 2\rho(A, B).$$

А. А. Лазарев, Р. Р. Садыков, С. В. Севастьянов, “Схема приближённого решения задачи $1|r_j|L_{max}$”, ***Дискретн. анализ и исслед. опер.****, сер. 2, 13:1 (2006), 57–76.*

Задача оператора грузовых железнодорожных перевозок

ОАО «Первая грузовая компания». Свой вагонный парк. Предоставляет в «аренду».
МСФО 2010: Оборот ≈ 100 млрд. рублей; **Прибыль ≈ 20 млрд. рублей**.

Ресурсы:
вагоны.
Ресурсы сторонние:
ж/д составы.

Операции:
заказы на перевозку
(ст. отправления/прибытия;
директивный срок;
объем и вес; тип вагона).

Цель: увеличить прибыль.
- минимизировать расходы (простои, порожний пробег);
- максимизировать объем перевозок.

Необходимо:
-выбрать подмножество заказов, которые могут быть обслужены;
- выбрать маршрут и расписание движения вагонов.

Резуль-таты:

- **сведение** к задаче нахождения потока максимальной стоимости в ориентированном графе без циклов;
- **алгоритм решения,** основанный на методе генерации колонок **(в разы быстрее используемого в компании)**.

Тестовый пример: 1900 станций, 7424 заказов, 15008 вагонов, горизонт планирования 35 дней

Вывод: можем найти решение или БЫСТРЕЕ или ТОЧНЕЕ (при ограниченном времени).
Точнее на 1% от 20 млрд. рублей прибыли = !?

Задачи комбинаторной оптимизации возникающие на Ж/Д транспорте

Стратегический и тактический уровни
Задача грузового оператора;
Задача минимизации времени выполнения проекта;
…

Оперативный уровень
Задача путевого диспетчера;
Задача станционного диспетчера;
Задача ремонтной бригады;
Задача формирования поездных бригад;
…

Похожие задачи возникают и на других видах транспорта.

*Google Scholar (построение расписаний на ЖД транспорте, railway scheduling): **31 000 ссылок**.*
*Science Direct (railway scheduling): **2 181 статей и книг**.*

Многие задачи являются **NP-трудными**, для многих «трудно» найти приближенное решение с гарантированной абсолютной/относительной погрешностью

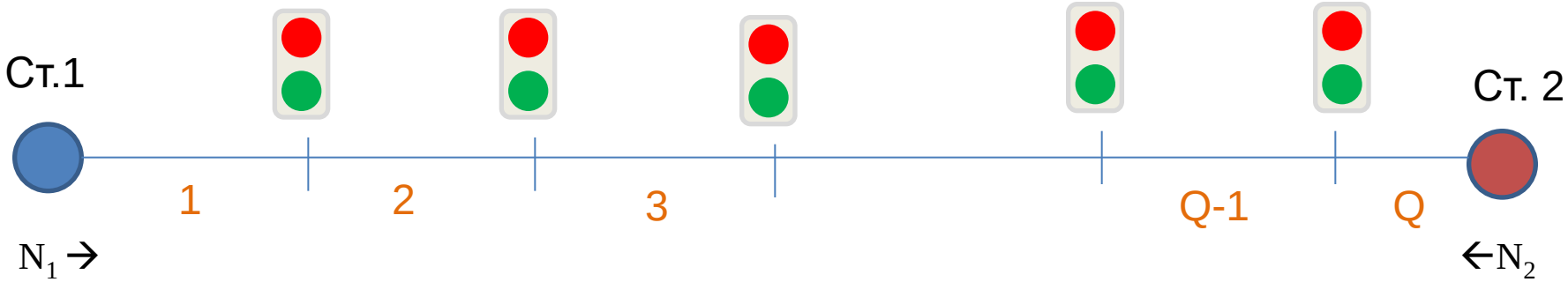
Ключевые подзадачи -- необходимы **быстрые** алгоритмы для их решения!

Ключевая подзадача 1: 2 станции, 1 колея (путь).
Ключевая подзадача 2: 2 станции, 1 локомотив.

*Science Direct (построение расписаний для одноколейных железных дорог): **712 ссылок на статьи и книги**.*

Ключевая задача 1. Задача одноколейной железной дороги между 2-мя станциями. Составление расписания движения поездов.

Путевой диспетчер. Ремонт на двухпутных ж/д.
Однопутные железные дороги: США, Австралия, Иран и т.д.



Целевые функции: минимизация общего времени прохождения всех поездов C_{max}; минимизация количества запаздывающих поездов $\sum U_j$; минимизация суммарного взвешенного запаздывания $\sum w_j T_j$; И ДРУГИЕ!

В каком порядке пропускать поезда?

Полученные результаты: **Задача P-разрешима**

- сведение к «одноприборной» задаче теории расписаний с переналадками;
- полиномиальные алгоритмы решения $O(n^6)$—$O(n^{15})$, n – количество поездов.

*1) Лазарев А.А., Кварацхелия А.Г., Гафаров Е.Р. Алгоритмы решения NP-трудной проблемы минимизации суммарного запаздывания для одного прибора. // **Доклады Академии Наук**, 2007. -- Том 412, № 6. -- С. 739--742.*
*2) E.R. Gafarov, A.Dolgui, A.A. Lazarev. Two-Station Single Track Railway Scheduling Problem With Equal Speed of Trains// **European Journal of Operations Research**, 2012;*

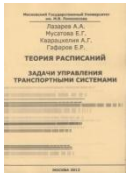
Ключевая задача 2. Задача одного локомотива. Последовательность перевозки вагонов между двумя станциями

Заказы на перевозку со ст.1 на ст.2 и в обратном направлении.

Максимальная длина состава: k вагонов.

Определить последовательность перевозки вагонов локомотивом.

Полученные результаты: полиномиальные алгоритмы решения (т.е. **задача P-разрешима**)



Лазарев А.А., Мусатова Е.Г., Гафаров Е.Р., Кварацхелия А.Г. Теория расписаний. Управление транспортными системами// Учебное пособие М:Издательство МГУ, 2012, 159 с.

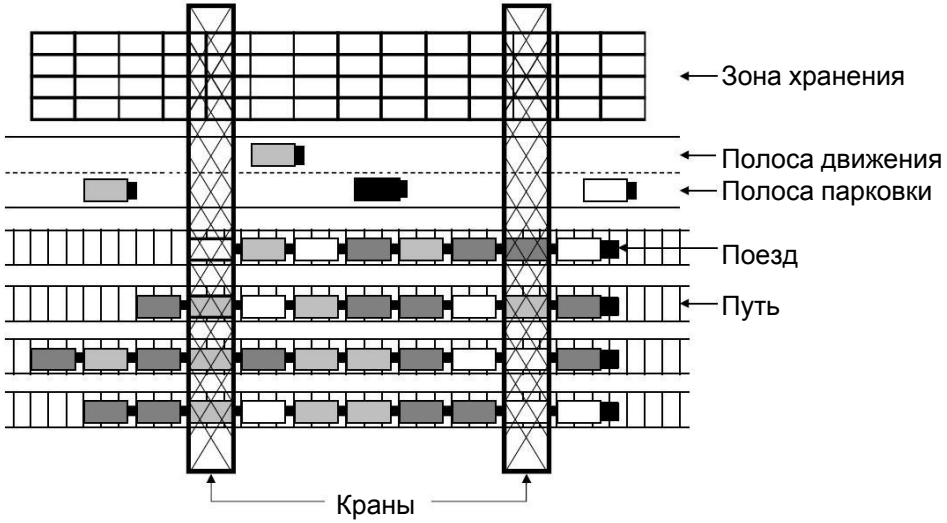
В сотрудничестве с **Национальный исследовательский институт INRIA, Бордо, Франция**;

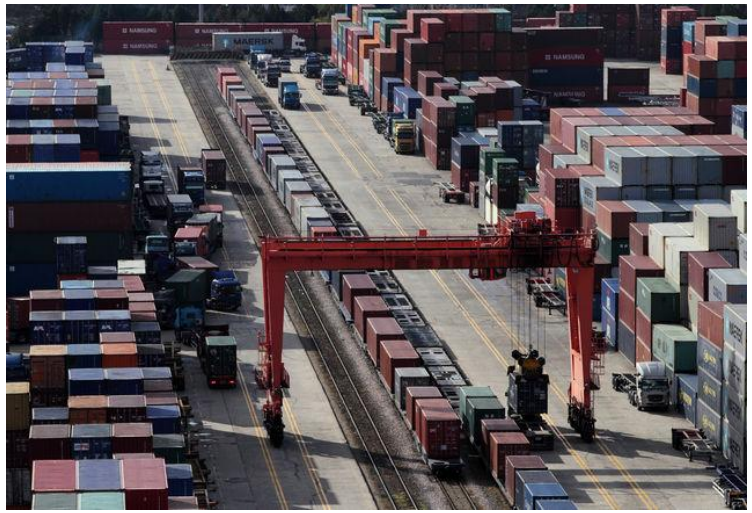
Ключевые задачи 1 и 2. Дополнительные интерпретации.

1) Речной канал с цепочкой шлюзов. Пропускная способность – одно судно.

2) Сборочно-разборочный конвейер.
3) Морской буксир.
4) Единственный грузовик у грузоперевозчика.

Сортировочная станция. Задача портального крана





Замена сортировочных горок. Развивается в ЕС.

r_j , d_j– время прибытия и отбытия поезда j

Цель: пересортировать вагоны, не нарушив время отбытия.

Определить:
- на какой линии останавливать поезд;
- маршрут движения крана(ов).

N.Boysen et al.. Scheduling Freight Trains in Rail-Rail Transshipment Yards.
*// **Transportation Science**, 2011.*

NP-трудна. Требуются новые эффективные алгоритмы решения.

Составление графика работы поездных бригад

Возобновимые ресурсы:
машинисты; проводники; техники;

→

Операции:
обслуживаемые поезда/рейсы

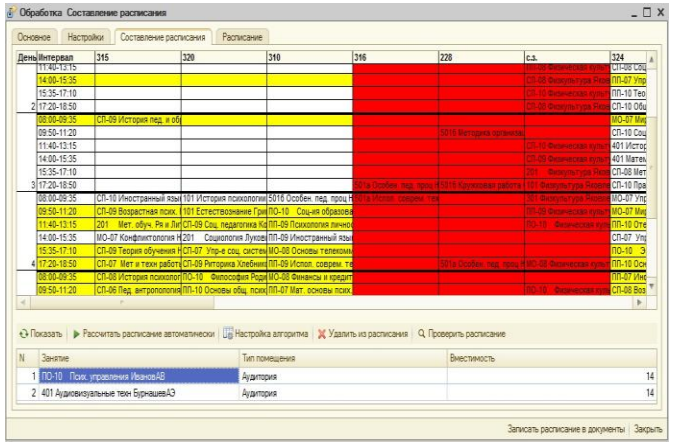
Прочие ограничения: место локации персонала, равномерность работы по ТК, стажеры

Формировать поездные бригады с учетом всех ограничений.
(Но! Рейсы полностью укомплектованы!)

*E.Burke, P.Ross, **Practice and Theory of Automated Timetabling**,1995.*
*Задача составления временных таблиц (timetabling): **NP-трудна** даже при нахождении допустимого решения. Science Direct (timetabling): **1 657 статей и книг**.*

Дополнительные интерпретации:

- составление графиков вахтования (ресурсо-добывающие компании);
- составления графика дежурств (экипажи самолетов, персонала в супермаркете, в ресторане);
- составление учебного расписания в ВУЗе.

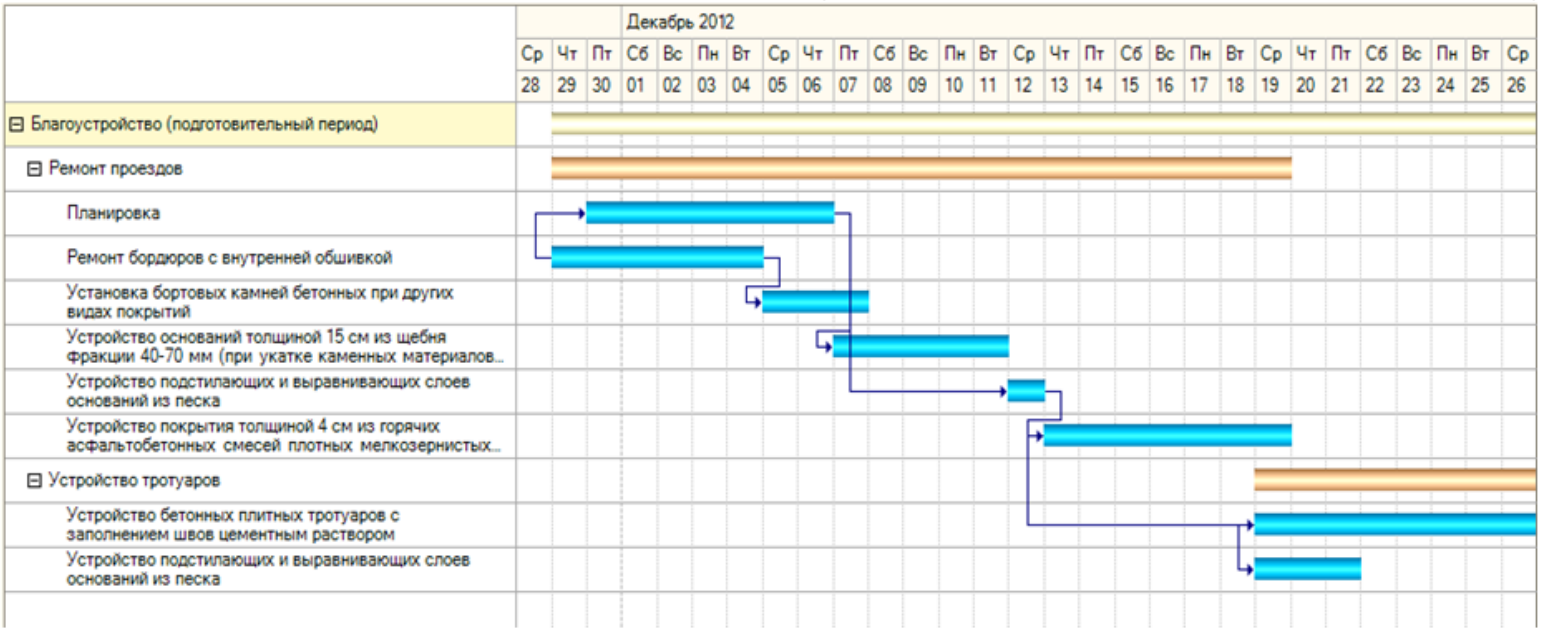


Результаты для задачи составления учебного расписания в ВУЗе:

- мета-эвристический алгоритм решения;
- программный продукт (внедрен в 2011 г.).

Трудозатраты на построение **меньше на 20-90%.**
«Окна»: **количество меньше на 10%**.
Количество используемых помещений
меньше на 15%.

Задача минимизации времени выполнения проекта



PERT, Сетевое планирование

n требований (работ). Сетевой график.

p_j – продолжительность выполнения требования

Требование j загружает q_{jk} единиц ресурса k.

Доступно в каждый момент Q_k единиц ресурса вида k.

Требуется минимизировать общую продолжительность выполнения проекта (C_{max}).

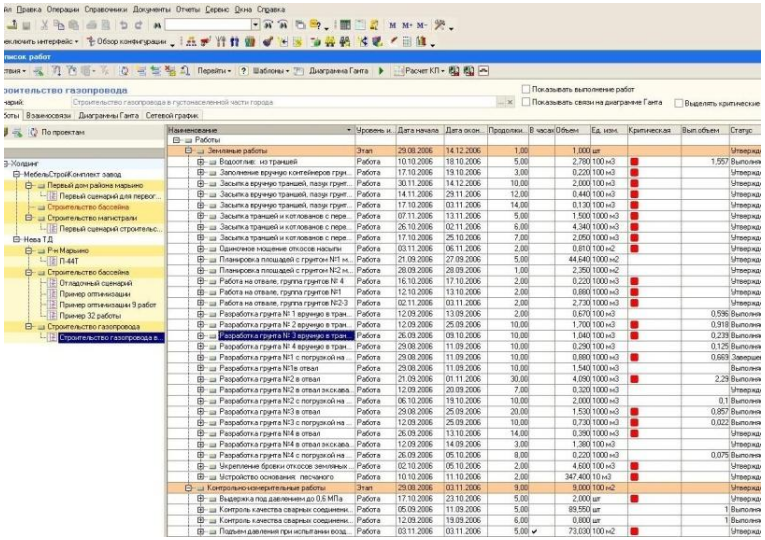
1) А. А. Лазарев, Е. Р. Гафаров. Преобразование сетевого графика задач теории расписаний с ограничениями предшествований // **Доклады Академии Наук**, 2009. Т. 424. № 1. С. 7-9.

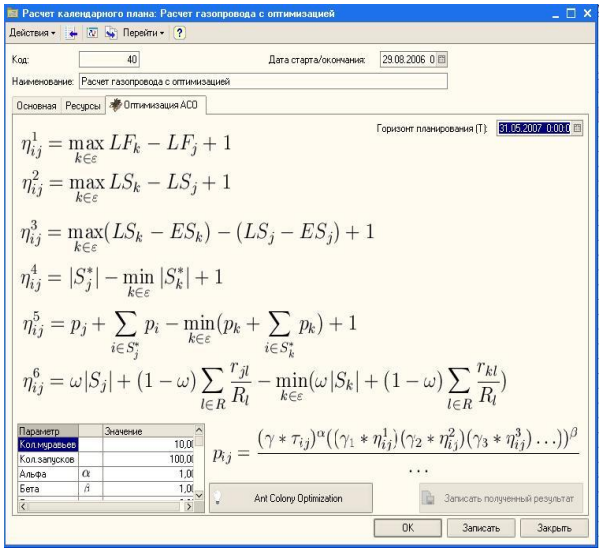
2) E.R. Gafarov, A.A. Lazarev and F.Werner. Approximability results for the resource-constrained project scheduling problem with a single type of resources// **Annals of Operations Research**, 2012, 13 March 2012, C. 1-16.

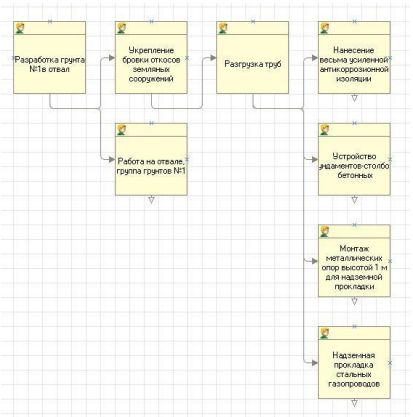
Задача минимизации времени выполнения проекта

Полученные результаты:

- теоретические результаты о сложности и возможности нахождения приближенного решения с гарантированной погрешностью;
- алгоритм преобразования графа отношений предшествования в планарный;
- алгоритм решения и модуль в тиражном программном продукте 1С: Управление Строительной Организацией (создан в 2006-2007 гг. используется на 600 предприятиях, в т.ч. РЖДП, РЖДС).







Автоматизация составления кален. планов: **продолжительность проектов на 20% короче**.

Оптимизация календарных планов: **продолжительность ЕЩЁ на 2-5% короче.**

Уменьшение стоимости проекта ЕЩЁ на 1-3%.

Примеры приложений предложенных методов:

- управление запасами полуфабрикатов (Первоуральский новотрубный завод);
- управление запасами сырья (на примере снабжения металлопродукцией);
- управление товарными запасами (на примере различных аптечных сетей страны);
- управление производственными запасами (на примере больничных аптек);
- оперативное управление перевозками (Российские железные дороги);
- составление календарного плана выполнения работ;
- составление графиков работы персонала;
- управление товарными запасами (на примере различных коммерческих торговых сетей);
- прогнозирование спроса и на его основе управление производством (различные коммерческие структуры);
- и др.

Спасибо за внимание!